

ESENȚIAL

Matematică

clasa a VI-a

II

art
educațional

ALGEBRĂ Capitolul 1. Rapoarte și proporții

1.1. Rapoarte	7
1.2. Procente.....	11
1.3. Proporții	16
1.4. Proporții derivate	22
<i>Teste de evaluare</i>	26
<i>Fișă pentru portofoliul individual (A1)</i>	27
<i>Test – model pentru Evaluarea Națională</i>	29
1.5. Mărimi direct proporționale	31
1.6. Mărimi invers proporționale	35
1.7. Regula de trei simplă	39
1.8. Reprezentarea datelor prin grafice	43
1.9. Probabilități	48
<i>Teste de evaluare</i>	52
<i>Fișă pentru portofoliul individual (A2)</i>	53
<i>Test – model pentru Evaluarea Națională</i>	55
1.10. Probleme cu caracter practic	57

ALGEBRĂ Capitolul 2. Numere întregi

2.1. Numere întregi	61
2.2. Compararea și ordonarea numerelor întregi	65
2.3. Adunarea numerelor întregi	67
2.4. Scăderea numerelor întregi	71
<i>Teste de evaluare</i>	74
<i>Fișă pentru portofoliul individual (A3)</i>	75
2.5. Înmulțirea numerelor întregi	77
2.6. Împărțirea numerelor întregi	81
2.7. Puterea unui număr întreg	84
2.8. Ordinea efectuării operațiilor	87
<i>Teste de evaluare</i>	90
<i>Fișă pentru portofoliul individual (A4)</i>	91
2.9. Rezolvarea unor ecuații în $\mathbb{Z}$	93
2.10. Rezolvarea unor inecuații în $\mathbb{Z}$	96
2.11. Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor sau inecuațiilor	99
<i>Teste de evaluare</i>	101
<i>Fișă pentru portofoliul individual (A5)</i>	103
<i>Test – model pentru Evaluarea Națională</i>	105

GEOMETRIE Capitolul 3. Perpendicularitate și paralelism

3.1. Drepte perpendiculare	109
----------------------------------	-----

3.2.	Congruența triunghiurilor dreptunghice	115
3.3.	Mediatoarea	117
3.4.	Simetria față de o dreaptă	123
3.5.	Bisectoarea	126
	<i>Teste de evaluare</i>	130
	<i>Fișă pentru portofoliul individual (G1)</i>	131
3.6.	Înălțimile triunghiului	133
3.7.	Medianele triunghiului	136
	<i>Teste de evaluare</i>	139
	<i>Fișă pentru portofoliul individual (G2)</i>	141
	<i>Test – model pentru Evaluarea Națională</i>	143
3.8.	Unghiuri determinate de două drepte cu o secantă. Drepte paralele	145
	<i>Teste de evaluare</i>	154
	<i>Fișă pentru portofoliul individual (G3)</i>	155
	<i>Test – model pentru Evaluarea Națională</i>	157

GEOMETRIE Capitolul 4. Proprietățile triunghiurilor

4.1.	Suma măsurilor unghiurilor unui triunghi	161
4.2.	Proprietățile triunghiului isoscel	165
	<i>Teste de evaluare</i>	172
	<i>Fișă pentru portofoliul individual (G4)</i>	173
4.3.	Proprietățile triunghiului echilateral	175
	<i>Teste de evaluare</i>	178
	<i>Fișă pentru portofoliul individual (G5)</i>	179
4.4.	Proprietățile triunghiului dreptunghic	181
	<i>Teste de evaluare</i>	186
	<i>Fișă pentru portofoliul individual (G6)</i>	187
	<i>Teste – model pentru Evaluarea Națională</i>	189

SINTEZE Capitolul 5. Variante de subiecte pentru teză

SOLUȚII

201

CAPITOLUL 1

Rapoarte și proporții

1.1. Rapoarte

1.2. Procente

1.3. Proporții

1.4. Proporții derivate

Teste de evaluare

Fișă pentru portofoliul individual (A1)

Test-model pentru Evaluarea Națională

1.5. Mărimi direct proporționale

1.6. Mărimi invers proporționale

1.7. Regula de trei simplă

1.8. Reprezentarea datelor prin grafice

1.9. Probabilități

Teste de evaluare

Fișă pentru portofoliul individual (A2)

Test-model pentru Evaluarea Națională

1.10. Probleme cu caracter practic

Rapoarte și proporții

Tema 1.1.

Rapoarte

Raport. Prin *raportul* numerelor raționale pozitive a și b , cu $b \neq 0$, se înțelege numărul rațional $a : b$, notat $\frac{a}{b}$.

Scrierea $\frac{a}{b}$ este *raportul*, iar a și b sunt *termenii* raportului.

Valoarea unui raport $\frac{a}{b}$ este numărul c care se obține din relația $c = a : b$.

Exemplu. Într-o clasă sunt 12 fete și 16 băieți. Spunem că raportul dintre numărul fetelor și cel al băieților este egal cu $\frac{12}{16}$. Valoarea raportului este $12 : 16 = 0,75$.

Observații

1. La scrierea raportului a două mărimi, de aceeași natură, acestea trebuie exprimate în aceeași unitate de măsură. De exemplu, dacă lățimea unui dreptunghi este egală cu 120 cm, iar lungimea este egală cu 3,6 m, pentru a afla raportul dintre lățime și lungime, întâi transformăm:

$$L = 3,6 \text{ m} = 360 \text{ cm} \text{ și apoi avem: } \frac{l}{L} = \frac{120 \text{ cm}}{360 \text{ cm}} = \frac{1}{3}.$$

2. Se pot forma rapoarte și cu cantități de tipuri diferite. De exemplu, dacă unui om îi trebuie 3 ore pentru a parcurge 12 km, se formează raportul $\frac{12 \text{ km}}{3 \text{ h}} = 4 \text{ km/h}$.

Formarea raportului duce la un nou concept, de *viteză*, cu unitatea de măsură km/h.

3. Valoarea unui raport nu se schimbă dacă înmulțim sau împărțim ambii termeni ai săi cu același număr real, nenul:

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot m}{b \cdot m}, m \neq 0 \quad \text{și} \quad \frac{a}{b} = \frac{a : n}{b : n}, n \neq 0.$$

Exemple de rapoarte utilizate în practică

1. *Raportul procentual* este un raport de forma $\frac{p}{100}$ care se notează $p\%$.

Exemplu. $19\% = \frac{19}{100}$.

2. *Scara unei hărți* este raportul dintre distanța pe hartă și distanța pe teren.

Exemplu. Pe o hartă, unui segment ce are lungimea de 1 cm îi corespunde o distanță în teren egală cu 2 km. Deoarece $2 \text{ km} = 200\,000 \text{ cm}$, scara hărții este $1 : 200\,000$.

3. *Concentrația unei soluții* este raportul dintre masa substanței care se dizolvă și masa soluției.

Exemplu. În 190 g de apă se dizolvă 10 g sare. Concentrația soluției este egală cu:
 Respect pentru oameni și cărți

$$\frac{10}{190+10} = \frac{10}{200} = \frac{5}{100} = 5\%.$$

4. Titlul unui aliaj este raportul dintre masa metalului prețios și masa aliajului.

Exemplu. Un aliaj conține 240 g aur și 960 g cupru. Titlul aliajului este egal cu:

$$\frac{240}{240+960} = \frac{240}{1200} = \frac{1}{5} = \frac{200}{1000} = 0,2.$$

CUNOAȘTERE ȘI EXERSARE

1. Scrieți sub formă de raport următoarele enunțuri:

- a) 4 duminici în 30 de zile; b) 12 luni în 365 de zile;
 c) 20 de elevi în 10 bănci; d) 48 de culegeri în 4 rafturi;
 e) 20 de creioane la 5 copii; f) 50 de flori în 10 buchete.

2. Determinați valoarea următoarelor rapoarte:

- a) $\frac{24}{5}$; b) $\frac{13}{2}$; c) $\frac{7}{3}$; d) $\frac{3}{4}$; e) $\frac{11}{8}$; f) $\frac{5}{6}$.

3. Dimensiunile unui dreptunghi sunt de 9 dm și 30 cm. Dacă apreciezi că propoziția este adevărată, încercuiește litera **A**. În caz contrar încercuiește litera **F**.

A F	p1. Raportul dintre lungimea și lățimea dreptunghiului este egal cu $\frac{9}{30}$.
A F	p2. Raportul dintre lungimea și lățimea dreptunghiului este egal cu $\frac{90}{30}$.
A F	p3. Valoarea raportului dintre lungimea și lățimea dreptunghiului este egală cu 3.
A F	p4. Valoarea raportului dintre lungimea și lățimea dreptunghiului este egală cu 0, (3).

4. Într-o clasă sunt 12 fete și 18 băieți.

- a) Scrieți raportul dintre numărul fetelor și numărul elevilor din clasă.
 b) Scrieți raportul dintre numărul fetelor și numărul băieților din clasă.
 c) Scrieți raportul dintre numărul băieților și numărul elevilor din clasă.

5. Raportul numerelor a și b este egal cu $\frac{3}{5}$.

- a) Scrieți raportul numerelor $2a$ și $3b$.
 b) Scrieți raportul numerelor $5a$ și $7b$.
 c) Scrieți raportul numerelor b și a .
 d) Scrieți raportul numerelor a^2 și b^2 .
 e) Determinați valoarea raportului dintre a și b .

ACUMULARE ȘI CONSOLIDARE

6. Fie raportul $\frac{a}{b}$, $b \neq 0$.
- a) Dacă valoarea raportului este 5 și $b = 1,2$ atunci determinați valoarea lui a .
 - b) Dacă valoarea raportului este 2 și $a = 25$, atunci determinați valoarea lui b .
7. a) Determinați rapoartele de forma $\frac{a}{b}$, $b \neq 0$, știind că $a, b \in \mathbb{N}$ și $a + b = 6$.
- b) Determinați rapoartele de forma $\frac{a}{b}$, $b \neq 0$, știind că $a, b \in \mathbb{N}$ și $a \cdot b = 6$.
8. Raportul lungimilor segmentelor $[AB]$ și $[CD]$ este $\frac{9}{8}$. Punctele $P, Q \in [AB]$ și $T \in [CD]$ astfel încât $AP = PQ = PB$ și $CT = TD$.
- a) Determinați valoarea raportului dintre lungimile segmentelor $[AP]$ și $[TD]$.
 - b) Determinați valoarea raportului dintre lungimile segmentelor $[AB]$ și $[CD]$.
 - c) Determinați valoarea raportului dintre lungimile segmentelor $[PB]$ și $[TD]$.
 - d) Determinați valoarea raportului dintre lungimile segmentelor $[AQ]$ și $[CD]$.
9. a) Raportul lungimile laturilor a două pătrate este egal cu $\frac{3}{4}$. Determinați raportul perimetrelor și raportul ariilor celor două pătrate.
- b) Raportul perimetrelor a două pătrate este egal cu $\frac{7}{5}$. Determinați raportul laturilor și raportul ariilor celor două pătrate.
- c) Raportul ariilor a două pătrate este egal cu $\frac{16}{25}$. Determinați raportul laturilor și raportul perimetrelor celor două pătrate.
- d) Raportul lungimilor a două dreptunghiuri este egal cu $\frac{2}{3}$, iar raportul lățimilor este egal cu $\frac{10}{9}$. Determinați raportul ariilor celor două dreptunghiuri.
10. a) Scara unei hărți este 1:500000. Determinați distanța dintre două localități știind că pe hartă distanța dintre ele este de 6 cm.
- b) Distanța dintre două localități este de 20 km. Determinați scara hărții pe care distanța dintre cele două localități este de 4 cm.
- c) Pe o hartă, distanța dintre două localități este de 8 cm. Dacă scara hărții este 1:900000, determinați distanța dintre cele două localități.
11. a) Determinați concentrația unei soluții obținută din 300 g apă și 20 g sare.
- b) În 400 g de apă se toarnă 40 g zahăr. Determinați concentrația soluției.
- c) Determinați concentrația unei soluții obținute din 200 ml apă și 50 ml miere.

APROFUNDARE ȘI DEZVOLTARE

12. Fie cifrele nenule a, b, c , nu neapărat distincte. Determinați valorile rapoartelor:

a) $\frac{\overline{ab} + \overline{bc} + \overline{ca}}{11}$;

b) $\frac{\overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab}}{37}$;

c) $\frac{11(\overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab})}{37(\overline{ab} + \overline{bc} + \overline{ca})}$;

d) $\frac{\overline{ab} + \overline{bc} + \overline{ca}}{ac + cb + ba}$;

e) $\frac{\overline{a1} + \overline{b7} + \overline{c3}}{a2 + b4 + c5}$.

Rezolvare. e) $\frac{\overline{a1} + \overline{b7} + \overline{c3}}{a2 + b4 + c5} = \frac{10a + 10b + 10c + 11}{10a + 10b + 10c + 11} = 1$.

13. a) Știind că $\frac{a}{b} = 3$, determinați valoarea raportului $\frac{2a + 3b}{a + b}$.

b) Știind că $\frac{a}{b} = 4$, determinați valoarea raportului $\frac{5a - 2b}{2a + b}$.

c) Știind că $\frac{a}{b} = 5$, determinați valoarea raportului $\frac{4a + 5b}{a - b}$.

Rezolvare. a) $\frac{a}{b} = 3 \Rightarrow a : b = 3 \Rightarrow a = 3b$. Avem $\frac{2a + 3b}{a + b} = \frac{6b + 3b}{3b + b} = \frac{9}{4} = 2,25$.

14. a) Dacă $\frac{a}{b} = \frac{3}{5}$ și $\frac{b}{c} = \frac{20}{9}$, atunci determinați raportul numerelor a și c .

b) Dacă $\frac{a}{b} = \frac{8}{15}$ și $\frac{c}{b} = \frac{12}{10}$, atunci determinați raportul numerelor a și c .